

MATEMÁTICAS FINANCIERAS
CAPITULO 3 – APLICACIÓN INTERÉS COMPUESTO
EJERCICIOS RESUELTOS

1. Se constituye un CDT a 180 días por \$650.000, con una tasa del 26% NTA y teniendo en cuenta que la retención en la fuente es de 7%, Determinar:
- La rentabilidad antes de impuestos.
 - La rentabilidad después de impuestos y
 - El valor que le entregan al vencimiento
 - Suponiendo una inflación del 18% determinar la tasa real obtenida.

Hallar el interés vencido que se cobra

$$j = i \times n$$

$$26\% \text{ NTA} = i \times 4$$

$$i = 6,5\% \text{ ETA}$$

$$i = i_a / (i_a - 1)$$

$$i = 0,065 / (0,065 - 1) = 0,0695$$

$$i = 6,95\% \text{ ETV}$$

a) Rentabilidad antes de impuestos: 6,95% ET

$$S = P(1 + i)^n = 650.000(1 + 0,0695)^2 = 743.515,68$$

$$I = 743.515,68 - 650.000 = 93.515$$

$$\text{Retención en la Fuente: } 93.515 \times 0,07 = 6.546,05$$

$$\text{Valor recibido: } 743.515,68 - 6.546,05 = 736.969,63$$

b) Valor finalmente recibido : \$736.969,63

Hallamos la rentabilidad efectiva

$$S = P(1 + i)^n$$

$$S/P = (1 + i)^n$$

$$(736.969,63/650.000) = (1 + i)^2$$

$$1,06480 = 1 + i$$

$$i = 0,0648$$

c) Rentabilidad después de impuestos: 6,48% ET

Convertimos la rentabilidad trimestral en anual

$$(1+i_1)^4 = (1+i_2)^1$$

$$(1+0,0648)^4 = (1+i_2)$$

$$i_2 = 28,55\% \text{ EA}$$

Hallamos la rentabilidad anual real; deflactando

$$i_R = (i-f)/(1+f)$$

$$i_R = (0,2855-0,18)/(1+0,18)$$

$$i_R = 0,0894 = 8,94\%$$

d) Rentabilidad realmente obtenida: 8,94% EA

MATEMÁTICAS FINANCIERAS
CAPITULO 3 – APLICACIÓN INTERÉS COMPUESTO
EJERCICIOS RESUELTOS

- 2) Un inversionista desea obtener una rentabilidad real del 8% ¿A qué tasa debe invertir suponiendo que la inflación va a ser del 18%?**

$$i_R = (i-f)/(1+f)$$

$$0,08 = (i - 0,18)/(1+0,18)$$

$$i = 27,44\%$$

- 3) Un artículo es fabricado en Estados Unidos y se vende en Colombia en \$50.000 ¿Cuanto valdrá el artículo en Colombia y en Estados Unidos al final de un año suponiendo los siguientes índices económicos: cambio actual US\$ 1= \$2000, inflación en Estados Unidos 3%, devaluación del peso 18%**

$$P_C = 50.000 \text{ (Precio actual en Colombia);}$$

$$P_{EU} = (50.000/2000) = \text{USD } 25 \text{ (Precio actual en EU)}$$

$$\text{Cambio actual: } 1 \text{ USD} = \$2.000;$$

$$\text{Devaluación del peso} = 18\%;$$

$$\text{Cambio al cabo de un año} = 2.000(1+0,18)^1 = \$2.360$$

$$\text{Inflación en los EU} = 3\%$$

$$P_{EU} = 25(1+0,03)^1 = \text{USD } 25,75 \text{ (Precio al cabo de un año en EU)}$$

$$P_C = 25,75 \times 2.360 = 60.770 \text{ (Precio al cabo de un año en Colombia);}$$

A este valor igualmente se puede llegar si hallamos el interés combinado: inflación, devaluación y se lo aplicamos al valor inicial.

$$i = (d+f) + (d \times f) = (0,18+0,03) + (0,18 \times 0,03) = 21,54\%$$

$$P_C = 50.000(1+0,2154)^1 = 60.770 \text{ (Precio al cabo de un año en Colombia);}$$

- 4) Un artículo es fabricado en Colombia y cuesta \$68.000, cuando el cambio es de US\$1= 2000 Suponiendo que el IPP de este sector en Colombia es del 22%, y que la devaluación del peso frente al dólar sea del 18%, hallar el precio del mismo artículo en cada país al final de un año**

$$P_C = 68.000 \text{ (Precio actual en Colombia);}$$

$$P_{EU} = (68.000/2000) = \text{USD } 34 \text{ (Precio actual en EU)}$$

$$P_C = 68.000(1+0,22)^1 = 82.960 \text{ (Precio al cabo de un año en Colombia)}$$

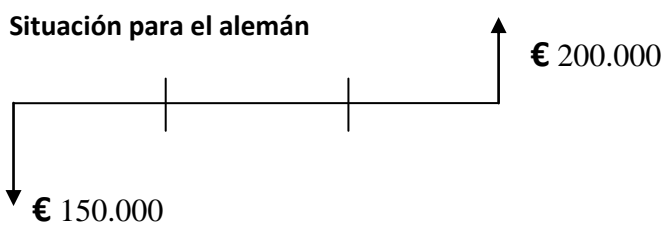
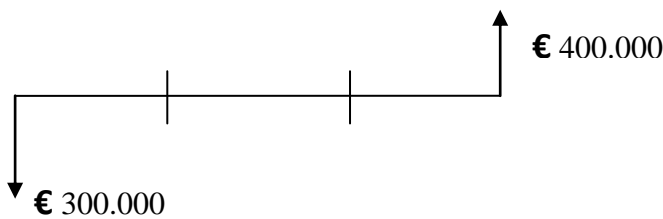
$$\text{Cambio al cabo de un año} = 2.000(1+0,18)^1 = \$2.360$$

$$P_{EU} = 82.960 \times 2.360 = 35,15 \text{ (Precio al cabo de un año en EU);}$$

MATEMÁTICAS FINANCIERAS
CAPITULO 3 – APLICACIÓN INTERÉS COMPUESTO
EJERCICIOS RESUELTOS

5) Dos inversionistas de origen alemán, uno residente en Alemania y el otro residente en Colombia, han decidido realizar un negocio en Alemania y cada uno aportará e 50%. El negocio exige una inversión inicial de euros 300.000 y al final de 3 años devolverá la suma de euros 400.000. Hallar las tasas totales y reales para cada uno de los socios suponiendo que los siguientes indicadores económicos se mantuvieron estables durante los 3 años.

- a) tasa promedio de inflación en Colombia 22% anual
- b) tasa promedio de inflación en Alemania 2% anual
- c) tasa de devaluación del peso frente al dólar: primer año 18%, segundo año 20% y tercer año 17%, devaluación euro frente al dólar: años 1 y 2 el 2%, para el tercer año hay una reevaluación del 3%
- d) cambio actual 1 US\$ = € 2,23 y 1 US\$= \$1.300



$$200.000 = 150.000(1+i)^3$$

$$20/15 = (1+i)^3$$

$$1,10064 - 1 = i$$

$$0,10064 = i$$

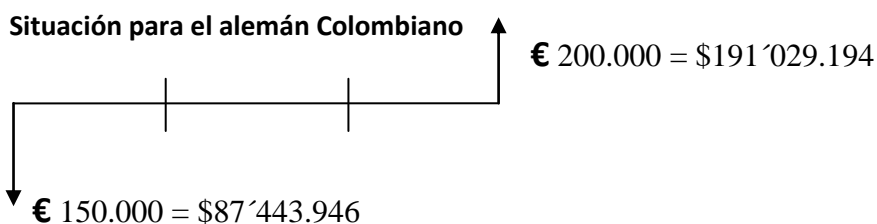
$$i = 10,06\% \text{ EA}$$

Considerando que la tasa promedio de inflación fue del 2%; entonces podemos calcular la tasa real

$$i_R = (i-f)/(1+f)$$

$$i_R = (0,10064-0,02)/(1+0,02)$$

$$i_R = 0,0790 = 7,90\%$$



MATEMÁTICAS FINANCIERAS
CAPITULO 3 – APLICACIÓN INTERÉS COMPUESTO
EJERCICIOS RESUELTOS

Cambio actual (0) = € 2,23 = 1 USD = \$1.300

Cambio actual (1) = 2,23(1+0,02) = € 2,2746 = 1 USD = \$1.300(1+0,18) = \$1.534

Cambio actual (2) = 2,2746(1+0,02) = € 2,3209 = 1 USD = \$1.534(1+0,20) = \$1.840,8

Cambio actual (3) = 2,3209(1-0,03) = € 2,25487 = 1 USD = \$1.840,8(1+0,17) = \$2.153,73

Con estas tasa de cambio podemos convertir los Euros en pesos; aplicando reglas de tres:

Si: € 2,23 = \$1.300, entonces €150.000 a cuantos \$X, serán iguales = 87'443.946,20

Si: € 2,25487 = \$2.153,73 entonces €200.000 a cuantos \$X, serán iguales = 191'029.194,60

$$191'029.194,60 = 87'443.946,20 (1+i)^3$$

$$2,18459 = (1+i)^3$$

$$1,29754 - 1 = i$$

$$0,29754 = i$$

$$i = 29,75\% \text{ EA}$$

Considerando que la tasa promedio de inflación en Colombia fue del 22%; entonces podemos calcular la tasa real

$$i_R = (i-f)/(1+f)$$

$$i_R = (0,29754-0,22)/(1+0,22)$$

$$i_R = 0,06356 = 6,356\%$$

6) El señor Yukimoto residente en el Japón y Mr Jones residente en Estados Unidos se asocian para comprar un banco en Colombia, el valor de cada acción del banco es de \$9.000 y esperan venderla al final de 3 meses en \$9.700. (Trabajar con 5 decimales)

a) Calcule la rentabilidad anual total y la rentabilidad real anual de cada uno de los socios

b) ¿cuánto tendrá cada uno en su respectiva moneda al final de los 3 meses?

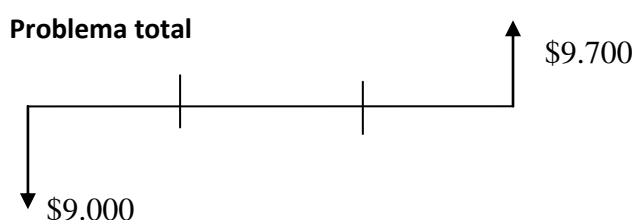
Tome en cuenta la siguiente información:

Inflación en: Colombia 18%, en Estados Unidos 3.5%, en Japón 2.3%

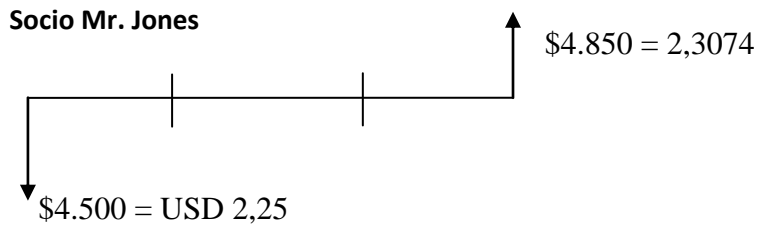
Tasa de devaluación del peso frente al dólar 22%

Tasa de Devaluación del dólar frente al Yen 1%

Cambio actual US\$1 = \$2000; US\$1 = Yen 105



MATEMÁTICAS FINANCIERAS
CAPITULO 3 – APLICACIÓN INTERÉS COMPUESTO
EJERCICIOS RESUELTOS



Si la devaluación del peso con respecto al dólar es del 22%, entonces la el cambio al cabo de 3 meses es:

$$C_3 = 2000(1+0,22)^{(3/12)} = \$2.101,93; \text{ con lo cual los } \$4.850 \text{ serán: USD } 2,3074$$

Rentabilidad

$$2,3074 = 2,25(1+i)^3$$

$$1,008432 - 1 = i$$

$i = 0,8432\%$ EM – Rentabilidad Mensual

Convertimos esta tasa en una tasa anual

$$(1+i_{EM})^{12} = (1+i_{EA})$$

$$(1+0,0084315)^{12} = (1+i_{EA})$$

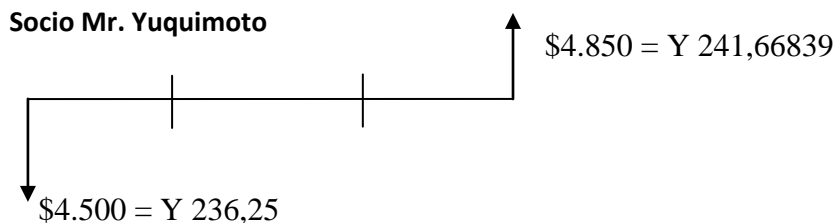
$i_{EA} = 10,6\%$ EA – Rentabilidad anual

Rentabilidad real

$$i_R = (i-f)/(1+f)$$

$$i_R = (0,106005-0,035)/(1+0,035)$$

$$i_R = 0,068604 = 6,8604\%$$



Aquí es necesario considerar la revaluación del Yen y la devaluación del Peso con respecto al USD.

1USD = 105 Y = \$2.000, en el momento inicial; de esta manera la inversión inicial en Yen es: Y 236,25

Como el Yen se revalúa con respecto al USD

$$C_3 = 105(1-0,010)^{(3/12)} = Y 104,736 ; \text{ con lo cual los USD } 2,3074 \text{ serán: Y } 241,66839$$

Rentabilidad

$$241,668395 = 236,25(1+i_{EA})^{3/12}$$

$$1,094945 - 1 = i$$

$i = 9,4945\%$ EM – Rentabilidad Anual

Rentabilidad real

MATEMÁTICAS FINANCIERAS
CAPITULO 3 – APLICACIÓN INTERÉS COMPUESTO
EJERCICIOS RESUELTOS

$$i_R = (i-f)/(1+f)$$

$$i_R = (0,0949444-0,023)/(1+0,023)$$

$$i_R = 0,070326 = 7,03264\%$$

- 7) Si en el problema anterior el valor del banco es de ochenta mil millones de pesos y Yuquimoto participa en el 40% de la compra y Mr. Jones participa con el resto, determinar la cantidad que recibirá c/u en su respectiva moneda.**

Valor del Banco \$80.000'000.000

Participación del señor Yuquimoto (40% de \$80.000'000.000 = \$32.000'000.000)

Rentabilidad del proyecto en Pesos

$$(4.850/4500) = (1 + i_{ET})$$

$$i_{ET} = 7,7777\% \text{ ET}$$

Valor final (después de 3 meses) participación de Yuquimoto: \$32.000'000.000 (1 + 0,7777) = \$34.488'864.000

Valor final (después de 3 meses) participación de Yuquimoto en USD, aplicando la tasa de cambio calculada en el problema anterior: 16'408.124,26

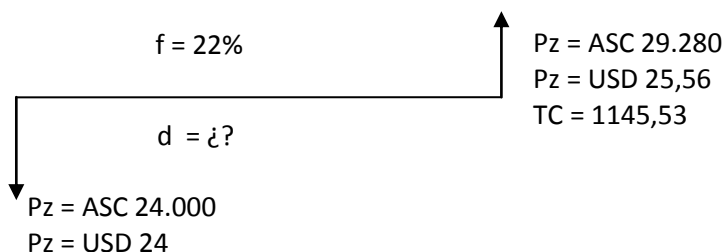
Valor final (después de 3 meses) participación de Yuquimoto en Y, aplicando la tasa de cambio calculada en el problema anterior: 1.718'529.670

Participación del señor Mr. Jones (60% de \$80.000'000.000 = \$48.000'000.000)

Valor final (después de 3 meses) participación de Mr. Jones: \$48.000'000.000 (1 + 0,7777) = \$51.733'296.000

Valor final (después de 3 meses) participación de Mr. Jones en USD, aplicando la tasa de cambio calculada en el problema anterior: 24'612.186,40

- 8) En el país A cuya moneda es el ASC, un par de zapatos vale 24.000 de ASC, existe una inflación del 22% y el cambio actual es de US\$1 =ASC 1.000. En el país X rige el dólar americano y se prevé una inflación promedio del 6.5% anual. Al final de un año ¿Cuál debe ser la tasa de devaluación en A con respecto al dólar a fin de no perder competitividad en los mercados de X?**



Precio de los zapatos al cabo de un año en A = 24.000(1 + 0,22) = ASC 29.280

Precio de los zapatos al cabo de un año en X = 24(1 + 0,065) = USD 25,56

MATEMÁTICAS FINANCIERAS
CAPITULO 3 – APLICACIÓN INTERÉS COMPUESTO
EJERCICIOS RESUELTOS

Para mantener la competitividad el producto se debe vender a USD 25,56 en X; ósea que la tasa de cambio = $(29.280/25,56) = 1.145,5399$

$$S = P(1 + d)$$

$$(1.145,5399/1000) - 1 = d$$

$d = 0,14554 = 14,554\%$. Es la Tasa de devaluación que se debe tener en el país X

9) Un inversionista desea que todas sus inversiones le den una rentabilidad real del 8%. ¿Qué tasa efectiva anual debe ofrecérsele si la inflación esperada es del 17% de forma tal que satisfagan los deseos del inversionista?

$$i_R = 8\% \text{ EA}$$

$$f = 17\%$$

$$i_R = (i-f)/(1+f)$$

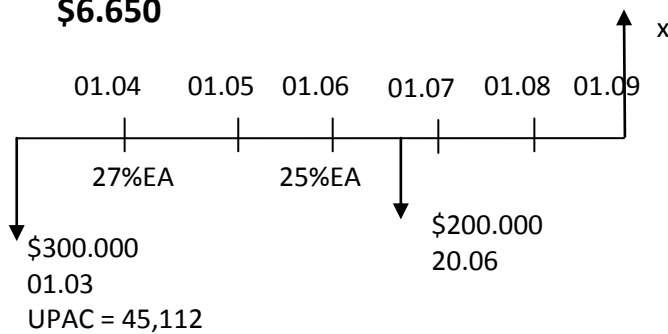
$$0,08 = (i-0,17)/(1+0,17)$$

$i = 26,36\%$ es la tasa que se le debe ofrecer al inversionista

10) Un ahorrador consigna en una corporación de ahorro y vivienda la suma de \$300.000 el día 1 de marzo y el día 20 de junio consigna \$200.000. ¿Cuánto podrá retirar el 31 de agosto si la corporación paga el 27% efectivo anual de corrección monetaria para los meses de marzo y abril y el 25% efectivo anual para el resto del período (mayo, junio, julio y agosto)

a) elabore los cálculos en pesos

b) elabore los cálculos en UPAC sabiendo que el primero de marzo 1UPAC = \$6.650



1) Se trasladan los 300.000 al 01.05

$$S = 300.000(1 + 0,27)^{(2/12)} = 312.192,07$$

2) Se trasladan los 312.192,07 al 31.08

$$S = 312.192,07(1 + 0,25)^{(4/12)} = 336.298,712$$

3) Se trasladan los 200.000 al 31.08

Número de días: $60 + 10 = 70$

$$S = 200.000(1 + 0,25)^{(70/360)} = 200.869,66$$

MATEMÁTICAS FINANCIERAS
CAPITULO 3 – APLICACIÓN INTERÉS COMPUESTO
EJERCICIOS RESUELTOS

Valor a retirar en el 31.08 es igual a 2) + 3) = \$537.168,3778

4) Valor en UPAC en el momento inicial

$$UPAC = 300.000/6.650 = 45,112$$

Se trasladan los 45,112 al 01.05

$$S = 45,112(1 + 0,27)^{(2/12)} = 46,9453$$

5) Se trasladan los 46,9453 al 31.08

$$S = 46,9453(1 + 0,25)^{(4/12)} = 48,5954$$

6) Se calcula el Valor del UPAC el 20.06

$$S = 6.650(1 + 0,27)^{(2/12)} = 6.920,2576$$

$$S = (6.920,2576)(1 + 0,25)^{(50/360)} = 7.138,0895$$

Los 200.000 en UPAC son: 28,0187

7) Se trasladan los 28,0187 al 31.08

$$S = 28,0187(1 + 0,25)^{(4/12)} = 30,1822$$

Valor a retirar en el 31.08 en UPAC es igual a 5) + 7) = 78,7776

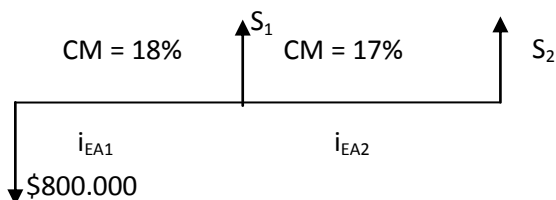
11) Se estima que la corrección monetaria del primer año será del 18% y la del segundo año del 17%:

a) calcular la cantidad que antes de impuestos le entregarán a un inversionista que invierte la suma de \$800.000 a dos años en una cuenta de ahorros en UPAC que la garantiza pagar la corrección monetaria más el 4% efectivo anual de interés sobre los UPAC. Suponga

b) calcule la rentabilidad obtenida antes de impuestos que el cambio actual es UPAC 1 = \$14.000

c) Si la retención en la fuente es del 7% sobre los intereses, calcular la rentabilidad después de impuestos

d) Calcular la cantidad final que le entregarán después de impuestos



Tasa combinada para el primer año: $i_{EA1} = (0,18 + 0,04) + (0,18 \times 0,04) = 22.72\%$

Tasa combinada para el primer año: $i_{EA2} = (0,17 + 0,04) + (0,17 \times 0,04) = 21.68\%$

$$S1 = 800.000(1 + 0,2272) = 981.760$$

$$S2 = 981.760(1 + 0,2168) = 1'194.605,56$$

Rentabilidad

MATEMÁTICAS FINANCIERAS
CAPITULO 3 – APLICACIÓN INTERÉS COMPUESTO
EJERCICIOS RESUELTOS

$$(1'194.605,56/800.000) = (1 + i_{EA})^2; \text{ entonces: } i_{EA} = 22,19\%$$

Rentabilidad después de impuestos

$$I = S_2 - P = 1'194.605,56 - 800.000 = 394.605,56$$

$$\text{Retención en la fuente: } 394.605,56 \times 0,07 = 27.622,38$$

$$\text{Valor efectivo en } S_2 = 1'194.605,56 - 27.622,38 = 1'166.983,18$$

Rentabilidad después de impuestos

$$(1'166.983,18/800.000) = (1 + i_{EA})^2; \text{ entonces: } i_{EA} = 20,77\%$$

12) Hallar la tasa efectiva anual de: (Asuma: DTF= 15%TA, IPC= 10%, Libor = 5.14% NS)

a) DTF + 6 puntos

Considerando que es una tasa nominal: 15 NTA + 6% = 21NTA

$$j = i \times m$$

$$21 = i \times 4$$

$$i = 21/4 = 5,25\% \text{ ETA}$$

$$i = ia / (1 - ia) = 0,0525 / (1 - 0,0525) = 0,055409$$

$$i = 5,5409\% \text{ ET}$$

La tasa Efectiva anual se calcula como:

$$(1 + 0,055409)^4 = (1 + i_{EA})$$

$$i = 0,2407 = 24,07\% \text{ EA}$$

b) IPC + 7 puntos

La tasa efectiva se calcula como una tasa combinada:

$$(0,10 + 0,07) + (0,10 \times 0,07) = 0,1770 = 17,70\% \text{ EA}$$

c) Libor + 8 puntos

Considerando que es una tasa nominal: 5,14 NTA + 8% = 13,14 NS

$$j = i \times m$$

$$i = 13,14/2 = 6,57 \text{ ES}$$

La tasa Efectiva anual se calcula como:

$$(1 + 0,0657)^2 = (1 + i_{EA})$$

$$i = 0,135716 = 13,57\% \text{ EA}$$